

Карточка 5 "Игры с кучами камней в excel"

Задача 1. (ЕГЭ-2022) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 259. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 259 или больше камней. В начальный момент в первой куче было 17 камней, во второй куче – S камней; $1 \leq S \leq 241$.

Ответьте на следующие вопросы:

Вопрос 1. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

Вопрос 2. Найдите два наименьших значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Вопрос 3. Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Задача 2. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 12 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 50. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 50 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 49$. Ответьте на следующие вопросы:

Вопрос 1. Найдите минимальное значение S , при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети.

Вопрос 2. Сколько существует значений S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Вопрос 3. Найдите два значения S , при которых одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задача 3. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один или четыре камня** или увеличить количество камней в куче в **пять раз**. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 68. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в куче будет 68 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 67$. Ответьте на следующие вопросы:

Вопрос 1. Известно, что Ваня выиграл первым своим ходом после неудачного хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда эта ситуация возможна.

Вопрос 2. Найдите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Вопрос 3. Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Задача 4. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить** в любую кучу **один камень** или **увеличить** количество камней в любой куче в **четыре раза**. Игра завершается в тот момент, когда общее количество камней в двух кучах становится не менее 125. Победителем считается игрок, сделавший последний ход. В начальный момент в первой куче было 7 камней, а во второй – S камней, $1 \leq S \leq 117$.

Ответьте на следующие вопросы:

Вопрос 1. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Назовите минимальное значение S , при котором это возможно.

Вопрос 2. Найдите минимальное и максимальное значение S , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Вопрос 3. Найдите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Задача 5. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить** в любую кучу **один камень** или **добавить** в любую кучу **столько камней, сколько их в данный момент в другой куче**. Игра завершается в тот момент, когда общее количество камней в двух кучах становится не менее 73. Победителем считается игрок, сделавший последний ход. В начальный момент в первой куче было 9 камней, а во второй – S камней, $1 \leq S \leq 63$.

Ответьте на следующие вопросы:

Вопрос 1. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Назовите минимальное значение S , при котором это возможно.

Вопрос 2. Найдите минимальное и максимальное значение S , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

– Петя не может выиграть за один ход;

– Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Вопрос 3. Найдите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Задача 6. * Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит одна куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) убрать из кучи половину камней, если количество камней в куче делится на 2; иначе убрать из кучи два камня;

б) убрать из кучи две трети камней, если количество камней в куче делится на 3; иначе убрать из кучи три камня.

Например, пусть в куче 10 камней, тогда можно убрать половину или только три камня. А если в куче 12 камней, то можно убрать половину или две трети камней. Игра завершается в тот момент, когда в куче останется ровно 1 камень. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу, в которой будет ровно 1 камень. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 37$.

Ответьте на следующие вопросы:

Вопрос 1. Найдите максимальное значение S , при котором Ваня может выиграть своим первым ходом после неудачного хода Пети, который мог выиграть своим первым ходом.

Вопрос 2. Определите минимальное и максимальное значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

– Петя не может выиграть за один ход;

– Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Ваня. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Вопрос 3. Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Задача 7*. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) добавить в кучу один камень;
- б) увеличить количество камней в куче в два раза;
- в) увеличить количество камней в куче в три раза.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 36. Если при этом в куче оказалось не более 60 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 35$. Ответьте на следующие вопросы:

Вопрос 1. Найдите минимальное значение S , при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети.

Вопрос 2. Сколько существует значений S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Вопрос 3. Найдите минимальное и максимальное значения S , при которых одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задача 8*. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит три кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч 3, 13 или 23 камня. Игра завершается в тот момент, когда в сумме во всех кучах будет не менее 73 камней. Победителем считается игрок, сделавший последний ход. В начальный момент в кучах было $(2, S, 2S)$ камней, $1 \leq S \leq 23$.

Ответьте на следующие вопросы:

Вопрос 1. Петя сделал неудачный ход, после которого Ваня сразу выиграл своим первым ходом. Укажите минимальное значение S , при котором это возможно.

Вопрос 2. Найдите минимальное и максимальное значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Вопрос 3. Найдите два значения S , при котором Петя может выбрать, первым или вторым ходом выигрывает Ваня, но у Пети нет выигрышной стратегии. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.